ОСНОВАТЕЛЬ ТЕОРИИ ГРУПП

Заседание математического кружка одиннадцатиклассников, посвященное 200-летию со дня рождения Эвариста Галуа

С. А. Барановская, И. В. Жигло, г. Донецк

Цель: познакомить с жизнью и научными достижениями Эвариста Галуа; развивать умение мыслить, применять полученные знания в стандартных и нестандартных ситуациях, использовать современные компьютерные технологии для поиска необходимой информации; на примере жизни Галуа воспитывать любовь к математике, целеустремленность.

Оборудование: ноутбук, мультимедийный проектор, мультимедийная доска (экран), магнитная доска, фотоаппарат и видеокамера, презентация проектных работ корреспондентов интернет-проекта «Английский клуб» и членов кружка «Суммари», карточки с заданиями викторины.

Девиз заседания: «Подчинить вычисления своей воле, сгруппировать математические операции, научиться их квалифицировать по степени трудности, а не по внешним признакам — вот задачи математиков будущего так, как я их понимаю, вот путь, по которому я хочу пойти…» (Эварист Галуа).

Эварист Галуа Évariste Galois	
Дата рождения	25 октября 1811
Место рождения	Бур-ля-Рен
Дата смерти	31 мая 1832 (20 лет)
Место смерти	Париж
Страна	Франция
Научная сфера	математика
Известен как	основатель теории групп

На заседании кружка присутствуют видео- и фотокорреспонденты интернет-проекта «Английский клуб». Они подготовили репортаж «Короткая жизнь Эвариста Галуа» по материалам Интернет-ресурсов для выступления на заседании кружка и размещения на сайте http://englishclub37.at.ua/ (ссылки прилагаются).

Была подготовлена презентация «Эварист Галуа — основоположник теории групп» под руководством главного редактора проекта — ученика 8-ФМ класса Горового Владимира и видеокорреспондента Чистяка Артура.

ХОД ЗАНЯТИЯ

Учитель. Сегодня мы будем говорить об удивительном человеке — Эваристе Галуа, обогатившем математику выдающимися открытиями. В возрасте 20 лет оборвалась его жизнь, которая была короткой, но очень яркой. Жизнь, наполненная революционной борьбой и напряжённой научной работой. Согласно легенде, молодой математик создал теорию групп за одну ночь — накануне дуэли, на которой он был смертельно ранен. Более тщательные исследования показывают, что разработка этих замечательных идей заняла у Галуа несколько больше времени.

Поговорим об Эваристе Галуа.
Вся жизнь его полна событий.
И это не обычные слова —
Он много совершил открытий.
На трудные вопросы дал ответ.
Не равнодушен. Был республиканцем.
Прожил всего-то 20 лет,
Увлекся математикой в 15-ть.
Подгруппы, группы и поля,
Благодаря ему, мы все узнали.
Его теория была нова,
Коши и Пуассон все отрицали.
Понять уж очень тяжело:
«Анализирую анализ».
Но Галуа давным-давно
Нашёл ответ. Это касалось
Решенья уравнений в радикалах,
Закономерностей реальной симметрии.
И это есть в его трёх мемуарах —
Жемчужины любимой дисциплины!

С. А. Барановская

Спикер математического кружка «Суммари». Галуа — гордость французской науки, лучшие черты которой воплощены в его работах. Его смерть замедлила развитие математики на многие десятилетия.

В предрассветные часы 30 мая 1832 года необыкновенно одарённый двадцатилетний математик Эварист Галуа писал своим друзьям Лебону и Делонэ:

«Меня вызвали на дуэль два патриота... Я не мог отказаться. Простите, что я не дал знать никому из вас. Противники взяли с меня честное слово, что я не предупрежу никого из патриотов. Ваша задача очень проста: вам надо подтвердить, что я дрался против воли, то есть после того, как были исчерпаны все средства мирно уладить дело, и что я не способен лгать даже в таком пустяке, как тот, о котором шла речь.

Не забывайте меня! Ведь судьба не дала мне прожить столько, чтобы мое имя узнала родина.

Умираю Вашим другом.

Э. Галуа»

В ту же ночь Галуа написал своему другу Огюсту Шевалье:

«Я открыл в анализе кое-что новое. Некоторые из этих открытий касаются теории уравнений, другие — функций, определяемых интегралами.

В теории уравнений я исследовал, в каких случаях уравнения разрешаются в радикалах, что дало мне повод углубить эту теорию и описать все возможные преобразования уравнения, допустимые даже тогда, когда оно не решается в радикалах.

Из этого можно сделать три мемуара...

Обратись публично к Якоби и Гауссу и попроси их высказать своё мнение, но не о верности теорем, а об их значении.

Я надеюсь, что после этого найдутся люди, которые сочтут для себя полезным, навести порядок во всей этой неразберихе».

В свете последующих событий становится понятным состояние отчаяния, в котором Галуа писал эти письма. Ранним утром, закончив писать, он покинул свою комнату в парижской частной лечебнице Фолтрие и направился к находившемуся поблизости пруду, где ему предстояла дуэль с неким политическим активистом Пеше д'Эрбенвилем. Галуа ранили в живот и бросили на месте дуэли. Его нашёл прохожий и перевёз в больницу Кошэн, где он умер на следующий день. Четырнадцать лет спустя рукописи, которые Галуа оставил для Шевалье, опубликовал французский математик Жозеф Лиувилль. Эти статьи положили начало необыкновенно плодотворной ветви математики, названной теорией групп.

Учитель математики. Вы уже поняли, что Галуа впервые ввел термин группа, он же получил первые серьезные результаты в теории групп. Что же такое группа?

Вам известны свойства сложения действительных чисел:

1) $a+(b+c)=(a+b)+c$ для любых a, b, c (ассоциативность);
2) $a+b=b+a$ для любых a и b (коммутативность);
3) существует такое число 0, что $a+0=a$ для любого a (существование нуля);
4) для любого a существует такое число $-a$, что $a+(-a)=0$ (существование противоположного элемента).

Точно такими же свойствами обладает сложение векторов:

1) $\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})=(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}$;
2) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$;
3) $\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$;
4) $\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{0}$.

Аналогичные свойства имеет операция умножения всех, отличных от нуля, действительных чисел:

1) $a(bc)=(ab)c$ (ассоциативность);
2) $ab=ba$ (коммутативность);
3) существует такое число 1, что $a\cdot 1=a$ для любого a;
4) для любого $a\neq 0$ существует такое число a^{-1}, что $a\cdot a^{-1}=1$.

А операция композиции движений обладает лишь тремя из этих свойств:

1) $h\circ(g\circ f)=(h\circ g)\circ f$ для любых движений h, g, f;
2) существует такое движение e (тождественное преобразование), что $f\circ e=e\circ f=f$ для любого движения f;
3) для любого движения f существует обратное движение f^{-1}, удовлетворяющее соотношениям: $f\circ f^{-1}=e$, $f^{-1}\circ f=e$.

Теперь будет понятно следующее определение.

Множество G, в котором задана некоторая операция, сопоставляющая двум элементам a, b из G некоторый элемент $a*b$ того же множества G, называют группой, если выполнены следующие свойства:

1) $a*(b*c)=(a*b)*c$ для любых a, b, c из множества G;
2) существует такой элемент $e\in G$ (единица или нейтральный элемент группы G), что $a*e=a$ и $e*a=a$ для любого $a\in G$;
3) для любого $a\in G$ существует такой элемент $a^{-1}\in G$ (обратный элемент), что $a*a^{-1}=e$ и $a^{-1}*a=e$;
   если, кроме того, для любых a, b из G справедливо соотношение
4) $a*b=b*a$, то группу называют коммутативной (или абелевой).

Теперь понятно, что:

- ✓ множество всех действительных чисел, в котором рассматривается операция сложения, является группой (и притом абелевой);
- ✓ множество всех векторов на плоскости с имеющейся в нем операцией сложения, является абелевой группой;
- ✓ множество всех отличных от нуля действительных чисел, в котором рассматривается операция умножения, является абелевой группой;
- ✓ множество всех движений плоскости, в котором рассматривается операция композиции, является группой (но не абелевой).

В чем польза от введения понятия группы? Доказав некоторую теорему теории абелевых групп, мы можем утверждать, что она справедлива и для действительных чисел, и для векторов, и для любой другой абелевой группы. Это позволяет, один раз доказав теоремы об абелевых группах, применять их в теории относительности, в кристаллографии, в ядерной физике, то есть во всех областях, где появляются группы.

Свои первые применения понятие группы нашло в алгебре. Особенно интересной была теория, созданная Галуа.

Рассмотрим определение группы Галуа алгебраического уравнения

$$x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_{n-1}x+a_n=0. \qquad (1)$$

Рациональным соотношением между корнями $\alpha_1,\alpha_2,\ldots\alpha_n$ уравнения (1) называют многочлен $F(x_1,x_2,\ldots x_n)$ от n независимых переменных, обращающийся в нуль при $x_1=\alpha_1$, $x_2=\alpha_2$, ..., $x_n=\alpha_n$, причем коэффициенты многочлена F выражаются с помощью операций сложения, вычитания, умножения и деления через коэффициенты a_1, a_2, ... a_n.

Множество всех подстановок переменных x_1, x_2, ..., x_n переводящих рациональное соотношение снова в рациональное соотношение, образуют группу Галуа относительно операций умножений подстановок.

Теория Галуа — это теория алгебраических уравнений с одним неизвестным, т. е. уравнений вида:

$$x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_{n-1}x+a_n=0.$$

Задача ставится так: выразить корни этого уравнения через его коэффициенты a_1, a_2, ... a_n с помощью четырех арифметических операций и операции извлечения корней. Поэтому задача часто именуется задачей о разрешимости уравнения (1) в радикалах. При $n=1$, $n=2$ решение этой задачи было известно еще в античной древности. При $n=3$ и $n=4$ задача была решена в эпоху Возрождения (XVI в.) итальянскими математиками Бомбелли, Ферро, Кардано, Тарталья, Феррари. В течение трех следующих веков все попытки решить в радикалах уравнение (1) при $n=5$ были безуспешными. В 1824 году Абель (1802–1829, норвежский математик) доказал, что уравнение (1) при $n=5$ (следовательно, и при любом $n>5$) не имеет решения в радикалах. Возник вопрос о том, каковы необходимые и достаточные условия разрешимости в радикалах того или иного конкретного уравнения вида (1).

Теория Галуа решает вопрос, следуя такой схеме: каждому уравнению сопоставляется некоторая конечная группа его корней. Эту группу называют группой Галуа уравнения

(1). Далее надо проверить, выполнено ли в этой группе некоторое свойство или нет. Ответ на этот вопрос будет таким же, как ответ на вопрос о разрешимости в радикалах уравнения (1).

Таким образом, в теории Галуа был решен основной вопрос (того времени) теории алгебраических уравнений с одним неизвестным.

Теория Галуа имеет ряд приложений к другим вопросам математики. Например, с ее помощью удалось установить критерии разрешимости задач на построение с помощью циркуля и линейки.

Теория Галуа продолжает развиваться. Крупный вклад в ее развитие внес И. Р. Шафаревич (советский и российский ученый, родился в 1923 году в г. Житомир). Им была решена обратная задача теории Галуа: по заданной группе G требуется построить уравнение (1), для которого группа G была бы группой Галуа.

А сейчас — слово корреспондентам интернет-проекта «Английский клуб».

Корреспондент 1. Информация в современном мире занимает важное место. Мы исследовали много сайтов в Интернете и подготовили материал о жизни и творчестве замечательного французского математика Эвариста Галуа. Мы изучили материалы об Эваристе Галуа в наших любимых электронных энциклопедиях Википедия и Викизнание, на сайтах «Биографии. История жизни великих людей», «100 великих научных открытий» и в других источниках информации.

Корреспондент 2. Немного найдётся в истории науки легенд, которые по своей романтичности могли бы сравниться с теми, в которых рассказывается о жизни и смерти Галуа. История его жизни впечатляет. Многое можно прочесть между строк его писем, которые зачитывали члены кружка «Суммари» в начале заседания. Хочется разобраться в событиях, приведших Галуа к дуэли, чтобы пролить свет на драму, отразившуюся в письмах.

Корреспондент 3. Известно, например, что в семнадцать лет Галуа многое сделал для создания раздела математики, который ныне даёт возможность проникнуть в сущность таких различных областей, как теория чисел, кристаллография, физика элементарных частиц и даже возможные позиции кубика Рубика. Известно и то, что в том же возрасте Галуа вторично провалился на экзамене по математике при поступлении в Эколь Политекник (Политехнический институт). Ему пришлось поступить в Эколь Нормаль (Высшую педагогическую школу). Но в девятнадцать лет он был оттуда исключён, дважды арестован и заключён в тюрьму за политическую деятельность. Незадолго до дуэли он пережил разочарование в любви.

Корреспондент 1. Начав изучать математику, Галуа уже через два года опубликовал статью о непрерывных дробях и приступил к исследованию теории уравнений, что привело его к абстрактной алгебраической теории множеств объектов, которые он назвал группами. Теорию групп развивали также многие другие математики конца XVIII — начала XIX века, а именно Паоло Руффини, Нильс Хенрик Абель и Жозеф Луи Лагранж. Честь основания теории групп, однако, обычно приписывается Галуа.

Корреспондент 2. К сожалению, в XX веке некоторые биографы Галуа не устояли перед искушением по-своему сопоставить, интерпретировать и приукрасить факты.

В популярном изложении Галуа предстаёт как непонятый гений, угнетённый глупостью учителей, неизвестный в математических кругах своего времени и побуждаемый происходящими вокруг него событиями к политической деятельности, на которую уходила его энергия и которая, в конечном счете, привела его к гибели. Согласно таким жизнеописаниям, самым примечательным было то, что в смутное время политических беспорядков и даже в тюрьме Галуа продолжал обдумывать свои математические идеи и, наконец, в ночь перед дуэлью записал их.

Корреспондент 3. Основным источником сведений о жизни Галуа является биография, написанная в 1896 году Полем Дюпюи. Галуа родился 25 октября 1811 года в городе Бур-ла-Рен близ Парижа. Его отец Никола Габриэль Галуа был сторонником Наполеона.

До 12 лет Эвариста воспитывала мать, Аделаида Мария Демант Галуа. Она передала сыну солидные познания в греческом и латинском языках. Неизвестно, имел ли кто-нибудь ещё в семье Галуа способности к математике.

Корреспондент 1. Официально обучение Галуа началось в 1823 году, когда он поступил в Королевский лицей Людовика Великого, где в своё время учились Робеспьер и Виктор Гюго. В лицее сформировались политические взгляды Галуа. Почти нет свидетельств того, что он был плохим учеником. В первые годы обучения он завоевал несколько наград по греческому и латыни. Правда, на третьем курсе лицея Галуа недостаточно хорошо занимался по классу риторики, и его оставили на второй год. Занятия по математике, которые вёл Ипполит Жан Вернье, пробудили в Галуа его математический гений. Без труда освоив учебную программу, он сразу взялся за работы выдающихся учёных того времени, с увлечением изучил книгу геометра Лежандра и труды Лагранжа.

Корреспондент 2. Открыв для себя мир математики, Галуа сильно переменился. Он стал небрежно относиться к занятиям по другим предметам, чем вызвал враждебное к себе отношение учителей по гуманитарным наукам. В марте 1829 года, когда Галуа был ещё студентом, вышла его первая статья. Она называлась «Доказательство одной теоремы о периодических непрерывных дробях». Свою первую статью в той области, которая в дальнейшем превратится в теорию групп, Галуа представил во Французскую академию наук 25 мая 1829 года, незадолго до окончания лицея.

Корреспондент 3. Когда Галуа заканчивал работу над теорией групп, в его жизнь ворвались политические события. В июле 1830 года республиканцы — противники восстановленной монархии — вышли на улицы; Карл X был вынужден эмигрировать. Отречение Карла X казалось большой победой республиканцев.

Корреспондент 1. В противоположность традиционной легенде, Галуа вовсе не производит впечатления жертвы обстоятельств. Напротив, он, похоже, был сорвиголовой и постоянно попадал в переделки. Для Галуа кульминация бурной весны 1831 года наступила 9 мая во время банкета республиканцев. Галуа встал и предложил тост за Луи-Филиппа, при этом одновременно с бокалом он поднял кинжал. На следующий день Галуа арестовали, и он провёл больше месяца в тюрьме св. Пелагеи. Тюремное заключение сломило Галуа: он впадал то в ярость, то в уныние. Галуа говорил, что его преследует видение собственной кончины: «Я умру на дуэли по вине какой-нибудь кокетки...».

Корреспондент 2. Последний период жизни Галуа всегда особенно привлекал его биографов. В середине марта 1832 года из-за свирепствовавшей тогда в Париже эпидемии холеры Галуа перевели из тюрьмы св. Пелагеи в частную лечебницу Фолтрие. По-видимому, именно здесь он и встретил ту «кокетку». Роман был коротким. Кто же была эта женщина? Это была Стефания Фелисия Потерэн дю Мотель, дочь врача лечебницы Фолтрие.

Корреспондент 3. Не думаю, что представленные факты из жизни Эвариста Галуа сколько-нибудь умаляют его значение как математика. Сохранившиеся рукописи Галуа говорят о том, что, и попав в тюрьму, он продолжал вести математические исследования и не оставлял их вплоть до самой смерти. То, что он мог продуктивно работать в таких условиях, свидетельствует о необыкновенной силе его духа и интеллекта. Каковы бы ни были обстоятельства, в которых жил Галуа, нет сомнения, что ему принадлежит одна из самых оригинальных идей в математике.

Учитель. Очевидно, репутация Галуа не вписывается в распространённое представление, согласно которому гений науки должен быть безупречен в частной жизни, а те его современники, которые не сумели понять его гениальности, непременно глупцы. Избитое утверждение «Посредственность не терпит гениальности» — несерьёзное основание для анализа исторических фактов, иначе пришлось бы судить о гении лишь по его экстравагантным выходкам, вроде тоста с кинжалом в руках!

Главный редактор интернет-проекта «Английский клуб». Предлагаем вашему вниманию викторину. Вы внимательно

слушали наши сообщения, узнали много нового и интересного по теме заседания кружка.

Видеокорреспондент интернет-проекта «Английский клуб» Чистяк Артур (*вёл видеосъёмку и фотографировал интересные моменты заседания кружка*). Заходите на наш сайт englishclub37.at.ua и в каталоге файлов, вы найдёте много важной и интересной информации, которую сможете закачать и использовать в своей работе. Мои видео- и фотоматериалы вы найдёте там же.

Координатор интернет-проекта «Английский клуб». Заседание кружка прошло очень плодотворно. Вы познакомились с теорией Эвариста Галуа, узнали много нового о гениальном французском учёном. Мы получили много новой информации для размещения на нашем сайте. Спасибо, надеемся на дальнейшее сотрудничество.

Литература

1. *В мире* науки. Короткая жизнь Эвариста Галуа. — Scientific American. Издание на русском языке. — № 1 — 1983. — С. 84–93.
2. *Андре Дальма.* Эварист Галуа, революционер и математик. М. : Наука; Главная редакция физико-математической литературы, 1984.
3. *Современные* проблемы математики. — М. : ВИНИТИ, 1982. — Т. 21.
4. *Энциклопедический* словарь юного математика / сост. А. П. Савин. — М. : Педагогика, 1985.

Интернет сайты

[http://ru.wikipedia.org/wiki/ Галуа,Эварист]
[http://lingua.russianplanet.ru/library/galois/eg_posleslov.htm]
[http://taina.aib.ru/biography/fransua-viet.htm]
[http://www.wikiznanie.ru/ru-wz/index.php/%D0%A4%D1%80%D0%B0%D0%BD%D1%81%D1%83%D0%B0_%D0%92%D0%B8%D0%B5%D1%82]
[http://www.wikiznanie.ru/ru-wz/index.php/%D0%A4%D0%BE%D1%80%D0%BC%D1%83%D0%BB%D1%8B_%D0%92%D0%B8%D0%B5%D1%82%D0%B0]
[http://bibliotekar.ru/100otkr/44.htm]
[http://100top.ru/encyclopedia/]
http://www.burnlib.com/x/teoriya-grupp/

КОМПЛЕКТ ЖУРНАЛІВ «БАЗОВИЙ»

ВИДАВНИЧА ГРУПА ОСНОВА

- Усе про викладання та виховання в школі.
- Основні напрямки роботи вчителя.

Комплект містить:
1 вип. журн. «Класний керівник» +
1 вип. журн. «Педагогічна майстерня»

Передплатний індекс
89479

Вартість передплати на 2012 рік

1 місяць	3 місяці		6 місяців		12 місяців	
	поштова	редакційна	поштова	редакційна	поштова	редакційна
9,50	28,50	25,65	57,00	48,45	114,00	96,90

ПЕРЕДПЛАЧУЙТЕ У КОМПЛЕКТІ ЖУРНАЛИ, ЩО ВЖЕ СЕБЕ ЗАРЕКОМЕНДУВАЛИ!